AERODINAMICA SPERIMENTALE 24.09.2014

PROF. BURESTI Guido

Ripassiamo: modello unidimensionale di condotto compressibile.

EQ. MOTO

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad}\,\vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho}\,\text{grad}\,p + \nu \nabla^2 \vec{v}$$

è la risultante delle $\tau$ (sforzi viscosi) agenti su una volume infinitesimo di fluido.

$$\nabla^2 \vec{v} = \text{grad}(\text{div}\,\vec{v}) - \text{rot}(\text{rot}\,\vec{v})$$

$\vec{\omega}$

Fuori dallo strato limite il moto si comporta come se fosse irrotazionale.

## ANALISI DIMENSIONALE

- Il valore numerico di un rapporto non dipende dall'unità di misura
- grandezze base: deve essere definibile la somma.
  Ad esempio: la forza ed il calore sono grandezze fisiche, ma non sono sommabili univocamente.
- grandezze derivate

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

→ PRINCIPIO DI OMOGENEITÀ DIMENSIONALE:

data una relazione fisica ⇒ tutti i termini della relazione devono avere la stessa dimensione fisica.

Frase a fianco principio di diventa il TEOREMA di BUCKINGHAM:

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_i) = 0$$

mette in relazione $i = (n - q)$ parametri adimensionali $\Pi_k$ indipendenti tra loro.

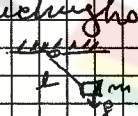
Ogni parametro adimensionale è costituito da prodotti delle varie grandezze ai elevate a delle potenze, in modo tale che gli esponenti delle grandezze base di ciascuno siano uguali a zero.

28. Sept. 21

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \Rightarrow F(\Pi_1, \Pi_2, \dots \Pi_i) = 0 \qquad i = n - q$$

$$\Pi_k = x_1^{a_{k1}} x_2^{a_{k2}} \dots x_n^{a_{kn}}$$

fenomeno fisico in cui compaiono n grandezze fisiche
Se compaiono q grandezze base, allora possiamo formare $(n-q)$ parametri adimensionali e occorre ricordare che i parametri adimensionali, dati da prodotti di potenze delle grandezze considerate.
I parametri saranno composti da $(q+1)$ grandezze.
L'utilità del teorema di Buckingham in realtà nell'adimensionalizzare l'equazione del pendolo.

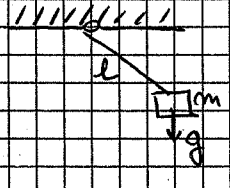



Se prendo M L T come grandezze base:

$$[\Pi_k] = [x_1^{a_{k1}} x_2^{a_{k2}} \dots x_n^{a_{kn}}] = M^0 L^0 T^0$$

ESEMPIO 1)

Nel caso del PENDOLO: caso studiato al periodo di oscillazione. Non so nulla e nemmeno conosco la legge fisica. Mi immagino che il periodo possa dipendere dalla massa, dall'acc. di gravità, dalla lunghezza.




le grandezze in gioco sono 4. Le grandezze base sono 3.

$$t, m, g, l \Rightarrow i = 1$$

$$\Pi_1 = t^a l^b m^c g^d$$

Ho come una matrice

| | $t^a$ | $l^b$ | $m^c$ | $g^d$ |
|---|---|---|---|---|
| M | 0 | 0 | 1 | 0 |
| L | 0 | 1 | 0 | 1 |
| T | 1 | 0 | 0 | -2 |

$$\Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ b+d=0 \\ a-2d=0 \end{cases}$$

$\Downarrow$

se $c=0$ nel mio parametro non c'entra la massa. Ovvero nel periodo non c'è la massa.

Sono interessato al periodo. Conviene far comparire il tempo alla potenza unitaria:

$$\begin{cases} a=1 \\ d=1/2 \\ b=-d=-1/2 \end{cases} \Rightarrow \Pi_1 = t\, l^{-1/2} g^{1/2} = t\cdot\sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow t = \Pi_1 \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$\uparrow$ è adimensionale. ok.

Senza sapere nulla nulla legge ho ricavato di come varia.

$\Pi_1$ è ricavabile facendo un solo esperimento

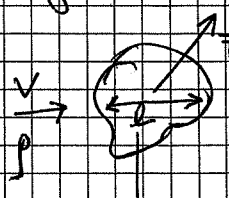
$\Downarrow$

$\Pi_1 = 2\pi \Rightarrow$ il periodo del pendolo è $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

ESEMPIO 2)

Sono interessato alla forza $\vec{F}$ che agisce su un corpo qualsiasi investito da corrente di velocità $\vec{V}$.

Voglio una relazione funzionale.




$$F, \rho, V, l, \mu \Rightarrow n=5,\ q=3 \Rightarrow i=2$$

↑ posso formare due parametri adimensionali.

Rifacciamo, come prima, la matrice:

| | $F^a$ | $\rho^b$ | $V^c$ | $l^d$ | $\mu^e$ |
|---|---|---|---|---|---|
| M | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| L | 1 | -3 | 1 | 1 | -1 |
| T | -2 | 0 | -1 | 0 | -1 |

$\Pi_1 = F^a \rho^b V^c l^d$

$\Pi_2 = (*)$

$\mu = kg/(m \cdot s) \Rightarrow [\mu] = \frac{[F]}{[grad\, V]} = \frac{M L^{-1} T^{-2}}{T^{-1}}$ (con $[grad\, V] = \frac{\partial V}{\partial l}$)

Ci conviene che la forza compaia solo in uno parametro, prendiamo $\Pi_2$ nel seguente modo:

$(*) \quad \Pi_2 = \rho^b V^c l^d \mu^e$

Otteniamo (non vogliamo compaia la $\mu$)

$$\begin{cases} a+b=0 \\ a-3b+c+d=0 \\ -2a-c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-2 \\ d=-2 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\Pi_1 = \frac{F}{\rho V^2 l^2}} = C_F$$ (COEFF. DI FORZA)

Se invece vogliamo ottenere $\Pi_2$: (non vogliamo compaia la $F$)

$$\begin{cases} b+e=0 \\ -3b+c+d-e=0 \\ -c-e=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ e=-1 \\ c=+1 \\ d=1 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\Pi_2 = \rho V l \mu^{-1}} = Re$$

(scegliamo b come esponente unitario)

Avendo scelto quelle grandezze come quelle che intervengono nel fenomeno, ho trovato quanti i parametri indipendenti.
Possiamo costruire tutti parametri, anche se dipendenti.

Potevo scegliere di non far comparire la $\rho$ come parametro ed ottenere una relazione (moltiplicazione) tra $\Pi_1$ e $\Pi_2$:

$$\frac{F}{\mu V l}$$

La mia legge è: $F(\Pi_1, \Pi_2) = 0 \Rightarrow \Pi_1 = \Pi_1(\Pi_2)$

$\Downarrow$

$C_F = C_F(Re)$

$\downarrow$

il coeff. di forza è funzione di Reynolds (come noto)

Abbiamo considerato la lunghezza caratteristica.
L'altra cosa la forma che mi esprime come rapporto di lunghezze.
Se immagino che il fenomeno dipende da più lunghezze, il loro rapporto è un parametro adimensionale.
Introducendo più lunghezze non cambia niente: avrò più equazioni e parametri adimensionali in più.

$\Rightarrow$ I rapporti adimensionali ottenuti con l'analisi dimensionale sono fortemente dipendenti dai parametri che mettiamo noi all'inizio. Non bisogna dimenticare le ipotesi fondamentali dei problemi che mi considerano.
Se volessimo ottenere un parametro di una nave dovremmo mettere anche l'acc. di gravità (presenza delle onde) ed avremmo ottenuto il:

NUMERO DI FROUDE: $\dfrac{V}{\sqrt{lg}}$ essenziale nei problemi che prevedono il moto ondoso.

Numeri importanti:

Consideriamo: $F, \rho, V, l, p, \mu, t, g, k$ (conducibilità termica), $c_p, c_v$ $\Rightarrow n = 11$

$M, L, T, \Theta$ $\Rightarrow q = 4$ $\Rightarrow i = 7$

$\uparrow$ 7 parametri adimensionali ricavabili

$[F] = MLT^{-2}$ $\quad [V] = LT^{-1}$

$[\rho] = ML^{-3}$ $\quad [l] = L$

$[\mu] = \dfrac{[\tau]}{[\text{grad}V]} = \dfrac{ML^{-1}T^{-2}}{T^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$